الاســم:

الشعبة:

المــدة: ثلاث ساعات

مذاكرة الفصل الثاني الدوام الصباحي

الريـاضيـــــات

الثالث الثانوي العلمي (٢٠٢٢ – ٢٠٢٣)

ثانوية الأندلس تأسست ١٩٥٤م

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الآتية: **(٤٥ درجة لكل سؤال)**

السؤال الأول: الجدول المجاور يمثل تغيرات التابع f، و المطلوب:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖ $+$	‖ $+$	
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	‖ $-\infty \nearrow +\infty$	‖ $-\infty \nearrow 1$	

❶. ما مجموعة تعريف التابع.

❷. جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+1^-} f(x)$

❸. احسب $f\left(\left]-\infty,-2\right[\right)$

❹. ما حلول المتراجحة $f'(x)<0$

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرف على $\mathrm{I}=\left]0,+\infty\right[$ وفق العلاقة: $f(x)=x-\ln x$ ، و المطلوب:

❶. أوجد $f(1)$ ، و احسب $f'(x)$ ، $f'(1)$.

❷. استنتج $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-\ln x-1}{x-1}$.

السؤال الثالث: حل المعادلة $\left(e^x-1\right)\left(e^x-\dfrac{1}{2}\right)=0$ ، ثم حل المتراجحة $\left(e^x-1\right)\left(e^x-\dfrac{1}{2}\right)\le0$.

السؤال الرابع: عيّن في المنشور $\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} ، و الحد المستقل عن x.

السؤال الخامس: ليكن لدينا: $J=\displaystyle\int_0^{\ln2}\frac{e^x}{e^x+2}$, $I=\displaystyle\int_0^{\ln2}\frac{2}{e^x+2}$ ، و المطلوب:

❶. احسب J .

❷. احسب $I+J$ ، ثم استنتج I.

ثانياً: حل التمارين الآتية: **(٨٠ درجة لكل من التمرين الأول و الثاني ٦٠ درجة للثالث)**

التمرين الأول: صف فيه ستة طلاب و أربع طالبات، نريد تأليف لجنة مؤلفة من أربعة أشخاص، و المطلوب:

كم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل حالة من الحالات الآتية:

❶. اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب و طالبة.

❷. في اللجنة طالبتان على الأكثر.

❸. في اللجنة طالبة واحدة على الأقل.

التمرين الثاني: نتأمل في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط:

$$A(2,1,3)\ ,\ B(1,0,-1)\ ,\ C(4,0,0)\ ,\ D(0,4,0)\ ,\ E(1,-1,1)$$

❶. أثبت أن النقاط C, D, E ليست واقعة على استقامة واحدة.

❷. أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE).

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على ($\mathbb{R}$) وفق: $f(x)=x.e^{-x}$ ، و المطلوب:

❶. احسب $\int_{0}^{\ln 3} f(x)\,dx$.

❷. أثبت أن التابع $y=f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y'+y=e^{-x}$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(١٠٠ درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(3,2,6)\,,B(1,2,4)\,,C(4,-2,5)$

والمستوي P الذي معادلته $P:\ 2x+y-2z+4=0$ والمطلوب:

❶. أثبت أن النقاط $C\,,B\,,A$ تعيّن مستوياً

❷. تحقق أن P هو المستوي (ABC)

❸. أثبت أن المثلث ABC قائم

❹. اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار بالنقطة O والعمودي على P

❺. أوجد إحداثيات النقطة K المسقط العمودي للنقطة O على P

❻. اكتب معادلة الكرة التي مركزها O وتمس المستوي P

المسألة الثانية:

ليكن التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\dfrac{x+\ln x}{x}$ ، و المطلوب:

❶. أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف، و استنتج المستقيمات المقاربة للخط C، و ادرس الوضع النسبي لكل مقارب مع الخط C.

❷. ادرس تغيرات التابع f ، و نظّم جدولاً بها ، و دلّ على قيمته الكبرى محلّياً.

❸. أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ جذر وحيد $\propto$ ، و أن : $\dfrac{1}{2}<\propto<1$

❹. اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

❺. ارسم كل مقارب للخط C ، ثم ارسم المماس T ، و الخط البياني C في معلم متجانس.

❻. استنتج الخط البياني C_g للتابع g المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $g(x)=\dfrac{-x+\ln\frac{1}{x}}{x}$.

❖❖انتهت الأسئلة❖❖